

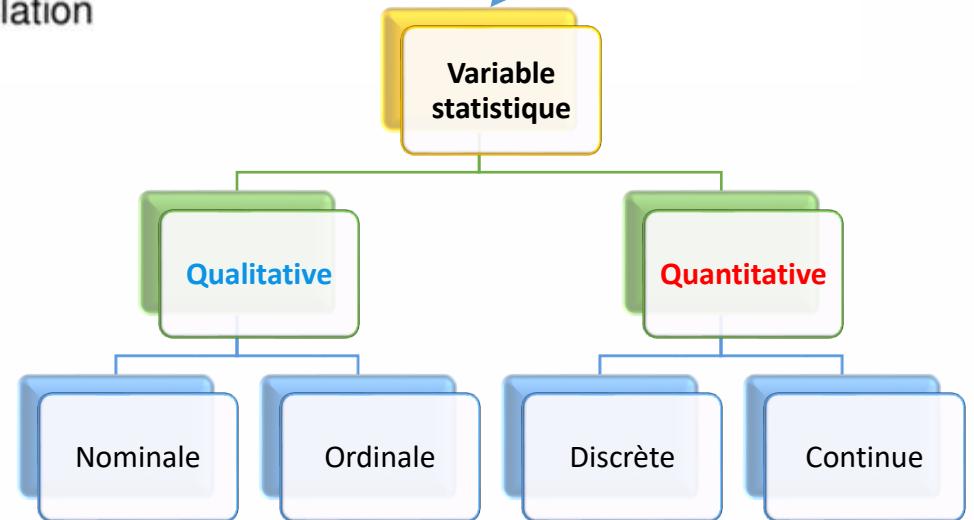
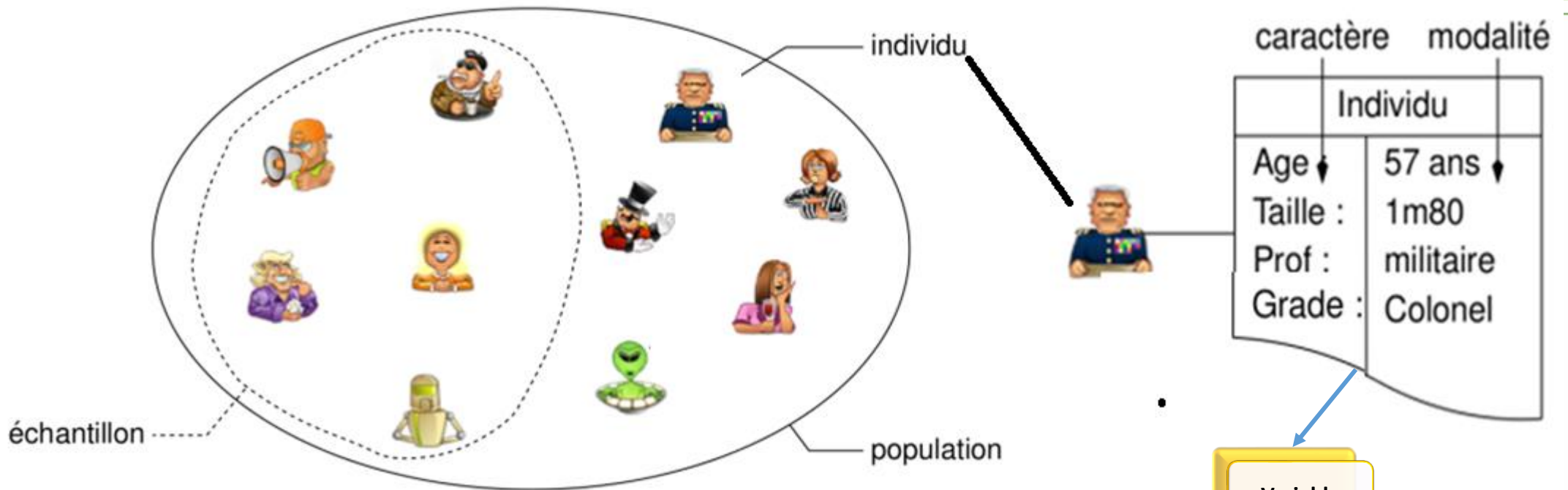
chap2 : Les distributions, tableaux et graphiques statistiques



Programme : Statistiques Descriptives (S2)

- chap1 : Généralités sur la statistique.
- **chap2 : Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.**
- chap3 : Les caractéristiques de la **tendance centrale**
- chap4 : Les caractéristiques de **dispersion**
- chap5 : Les caractéristiques de **forme**
- chap6 : Les caractéristiques de **concentration**

Résumé



Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
discrète

Variable quantitative discrète:

Série statistique:

- On appelle **série statistique** les différentes valeurs du caractère étudié (noté x_i).
- On appelle **effectif d'une population (N)** le nombre d'individus de cette population.
- On appelle **effectif d'une modalité** (ou d'une valeur distincte), le nombre de fois que cette modalité (ou valeur distincte) apparaît. On note n_i l'effectif de la modalité x_i .
- On appelle également **fréquence** la quantité : $f_i = \frac{n_i}{N}$ (où n_i l'effectif de la valeur x_i)



Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
discrète

Effectif total : (N)

Série statistique:

- On appelle **série statistique** les différentes valeurs du caractère étudié (noté x_i).
- On appelle **effectif d'une population (N)** le nombre d'individus de cette population.

Exemple :

Le nombre de modules validés dans un semestre par 10 étudiants est représenté par la série statistique suivante (données brutes):

$X_i = 4, 5, 2, 5, 4, 3, 4, 5, 5, 5$

Population étudiée: les étudiants dans un semestre

Individu: un étudiant.

Caractère étudié: le nombre de modules validés

Effectif total: $N=10$ étudiants.

Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
discrète

Effectif partiel (fréquence absolue) : n_i

Série statistique:

- distribution de X : ensemble des couples $\{ (x_1; n_1); (x_2; n_2); \dots \}$

Exemple :

données brutes

Valeurs du caractère (nombre de modules validés) : x_i	4	5	2	5	4	3	4	5	5	5
--	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

La distribution statistique définie par les effectifs:

Interprétation :

3 étudiants ont validé un nombre de modules égale à 4

Valeurs du caractère (nombre de modules validés) : x_i	Effectif n_i
2	1
3	1
4	3
5	5
Total :	10



Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
discrète

Fréquence partielle: f_i

Série statistique:

- On appelle également **fréquence** la quantité : $f_i = \frac{n_i}{N}$ (où n_i l'effectif de la valeur x_i et N représente l'effectif total)
- distribution de X : ensemble des couples $\{(x_1; f_1); (x_2; f_2); \dots\}$

Interprétation :

30% des étudiants ont validé un nombre de modules égale à 4

Exemple :

données brutes

Valeurs du caractère (nombre de modules validés) : x_i	4	5	2	5	4	3	4	5	5	5
--	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Valeurs du caractère (nombre de modules validés) : x_i	Effectif n_i	Fréquence f_i	Fréquence en % $f_i \times 100$
2	1	0,1	10
3	1	0,1	10
4	3	0,3	30
5	5	0,5	50
Total :	10	1	100

$$f_3 = \frac{n_3}{N} = \frac{3}{10} = 0,3$$



Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
discrète

Effectif cumulé croissant: $N_i \uparrow$

Série statistique:

- L'effectif cumulé croissant N_i d'une valeur est la somme de l'effectif de cette valeur et de tous les effectifs des valeurs qui précèdent.

Interprétation :

2 étudiants ont validé un nombre de modules inférieur ou égale à 3

Exemple :

Valeurs du caractère (nombre de modules validés) : X_i	Effectif n_i	Effectif cumulé croissant N_i
2	1	1
3	1	2
4	3	5
5	5	10
Total :	10	

L'effectif cumulé croissant d'une valeur X_2 est

$$N_2 = n_1 + n_2 = 1 + 1 = 2$$

$$N_2 = N_1 + n_2 = 1 + 1 = 2$$



Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
discrète

Effectif cumulé décroissant : $N_i \downarrow$

Série statistique:

- L'effectif cumulé décroissant d'une valeur x est la somme des effectifs des valeurs y tels que $x \leq y$.

Interprétation :

9 étudiants ont validé un nombre de modules supérieur ou égale à 3

Exemple :

Valeurs du caractère (nombre de modules validés) : x_i	Effectif n_i	Effectif cumulé décroissant N_i
2	1	10
3	1	9
4	3	8
5	5	5
Total :	10	

L'effectif cumulé décroissant d'une valeur x_2 est

$$N_2 = n_2 + n_3 + n_4 = 1 + 3 + 5 = 9$$

$$N_2 = N_1 - n_1 = 10 - 1 = 9$$



Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
discrète

Fréquence cumulée croissante $F_i \uparrow$

Série statistique:

- La fréquence cumulée croissante F_i d'une valeur est la somme de la fréquence de cette valeur et de toutes les fréquences des valeurs qui précèdent.
- $F_i = f_1 + f_2 + \dots + f_i$

Interprétation :

50% des étudiants ont validé un nombre de modules inférieur ou égale à 4

Exemple :

Valeurs du caractère (nombre de modules validés) : X_i	Effectif n_i	Fréquence f_i	Fréquence cumulée croissante F_i
2	1	0,1	0,1
3	1	0,1	0,2
4	3	0,3	0,5
5	5	0,5	1
Total :	10	1	

La fréquence cumulée croissante de la valeur X_3 est

$$F_3 = f_1 + f_2 + f_3 = 0,1 + 0,1 + 0,3 = \mathbf{0,5}$$

$$F_3 = F_2 + f_3 = 0,2 + 0,3 = \mathbf{0,5}$$



Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
discrète

Fréquence cumulée décroissante $F_i \downarrow$

Série statistique:

- La fréquence cumulée décroissante F_i d'une valeur est la somme de la fréquence de cette valeur et de toutes les fréquences des valeurs qui suivent.
- $F_i = f_i + f_{i+1} + \dots + f_k$

Interprétation :

80% des étudiants ont validé un nombre de modules supérieur ou égale à 4

Exemple :

Valeurs du caractère (nombre de modules validés) : X_i	Fréquence f_i	Fréquence umulée décroissante
2	0,1	1
3	0,1	0,9
4	0,3	0,8
5	0,5	0,5
Total :	1	

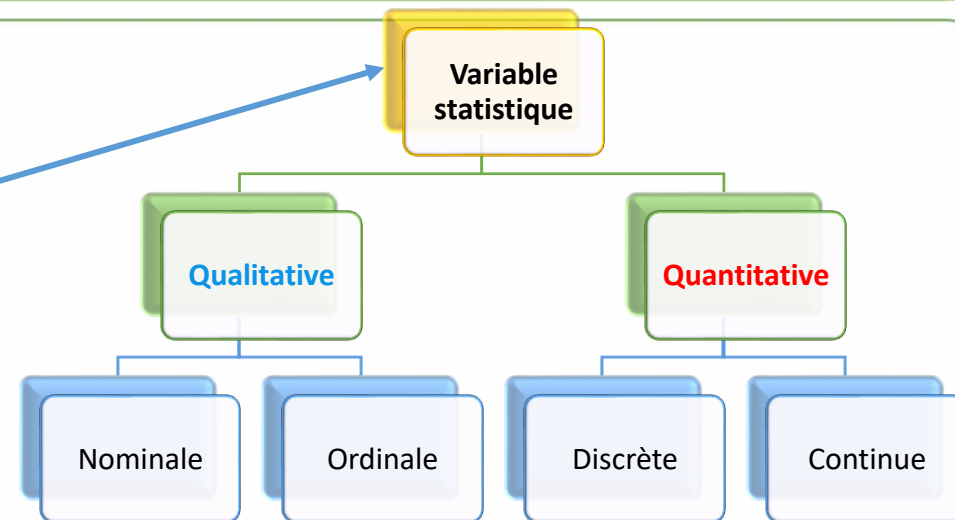
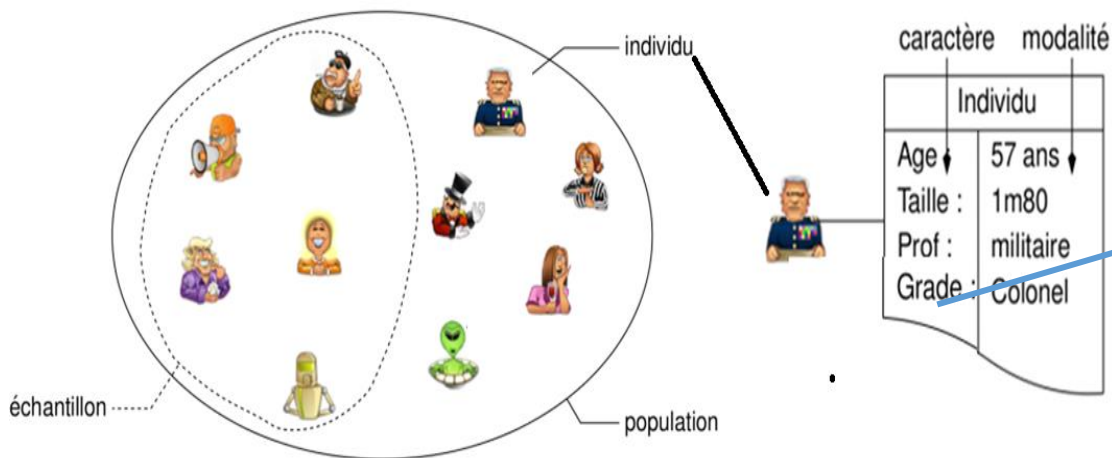
La fréquence cumulée décroissante de la valeur X_3 est

$$F_3 = f_3 + f_4 = 0,3 + 0,5 = \mathbf{0,8}$$

$$F_3 = F_2 - f_2 = 0,9 - 0,1 = \mathbf{0,8}$$



Résumé



Nombre d'enfants par famille :

- **Combien de familles ont 4 enfants?**
- **Quel est le pourcentage de familles ayant 4 enfants?**
- **Combien de familles ont plus de 4 enfants?**
- **Quel est le pourcentage de familles ayant plus de 4 enfants?**
- **Combien de familles ont moins de 4 enfants?**
- **Quel est le pourcentage des familles ayant moins de 4 enfants?**

- n_i
- f_i
- $N_i \downarrow$
- $F_i \downarrow$
- $N_i \uparrow$
- $F_i \uparrow$

Applications

Application 1:

Soit la série statistique suivante, qui représente le Nombre d'enfants observés dans un échantillon de 55 familles dans un quartier

Nombre d'enfants	n_i
0	3
1	4
2	8
3	7
4	14
5	9
6	6
7	2
8	1
9	1
Total N	55

- 1) Préciser : Population-individu-Echantillon-caractère
- 2) Quelle est la nature du caractère ?
- 3) Calculer les effectifs cumulés croissants et décroissants.
- 4) Calculer les fréquences cumulées croissantes et décroissantes
- 5) Combien de familles dans l'échantillon ont « moins de » 3 enfants.
- 6) Combien de familles dans l'échantillon ont « plus de » 2 enfants.
- 7) Combien de familles dans l'échantillon ont « moins de » 4 enfants ou « au plus » 3 enfants
- 8) Combien de familles dans l'échantillon ont « plus de » 3 enfants ou « au moins » 4 enfants



Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
discrète

Représentation graphique des séries statistiques

On distingue les méthodes de représentation d'une variable statistique en fonction de la nature de cette variable (qualitative ou quantitative) :

Le graphique est un support visuel qui permet :

- ✓ **La synthèse** : visualiser d'un seul coup d'œil les principales caractéristiques (mais on perd une quantité d'informations)
- ✓ **La découverte** : met en évidence les tendances.
- ✓ **Le contrôle** : on aperçoit mieux les anomalies sur un graphique que dans un tableau.
- ✓ **La recherche des régularités** : régularité dans le mouvement, répétition du phénomène.

Pour les variables **quantitatives discrètes**, on utilise:

- ✓ le diagramme en bâton
- ✓ Le polygone de fréquences(ou effectifs)
- ✓ le diagramme à secteur
- ✓ La courbe cumulative



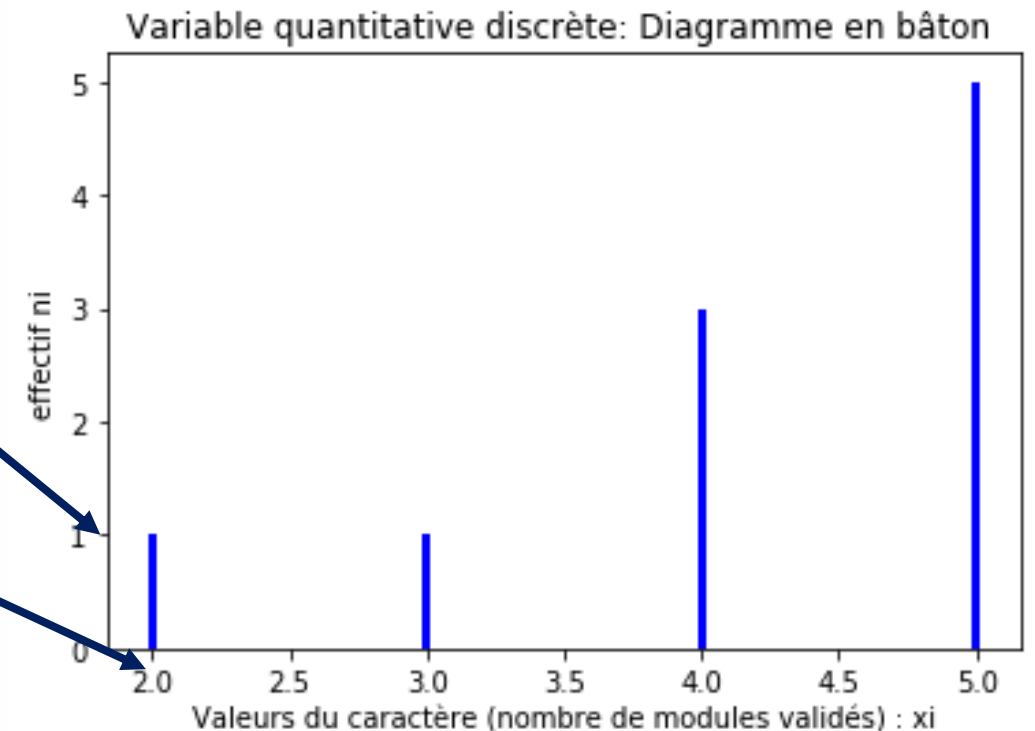
Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
discrète

Diagramme en bâton des effectifs (ou à barres)

Dans un repère orthogonal, pour chaque valeur de la série statistique (X_i) on trace un trait vertical dont la hauteur est **proportionnelle** à l'effectif (n_i)

Valeurs du caractère (nombre de modules validés) : X_i	Effectif n_i
2	1
3	1
4	3
5	5



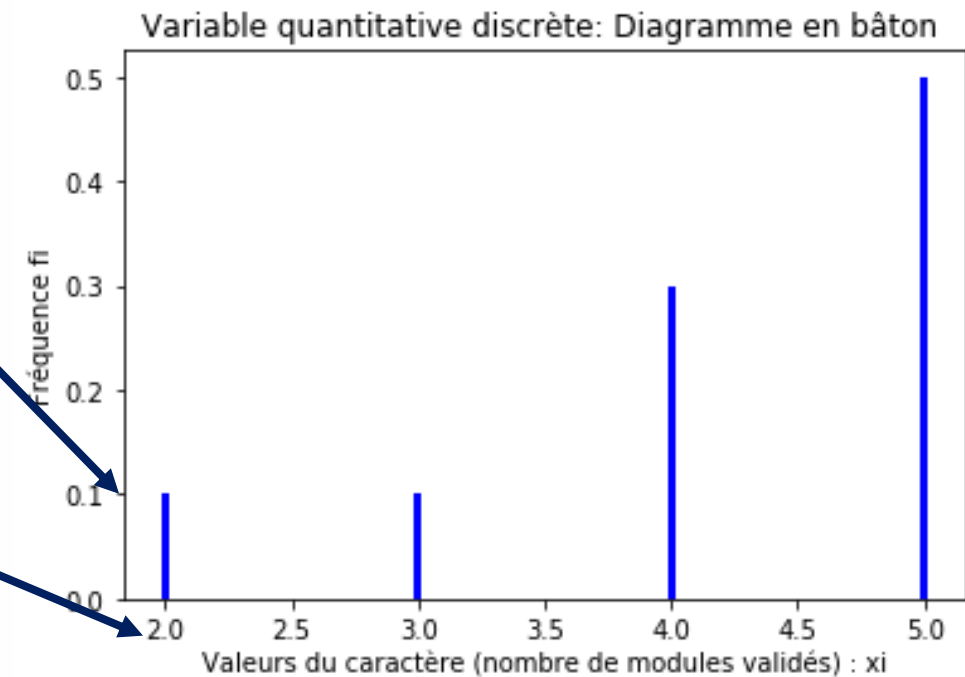
Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
discrète

Diagramme en bâton de fréquences (ou à barres)

Dans un repère orthogonal, pour chaque valeur de la série statistique (X_i) on trace un trait vertical dont la hauteur est **proportionnelle** à la fréquence(f_i)

Valeurs du caractère (nombre de modules validés) : X_i	Effectif n_i	Fréquence f_i
2	1	0,1
3	1	0,1
4	3	0,3
5	5	0,5
Total :	10	1

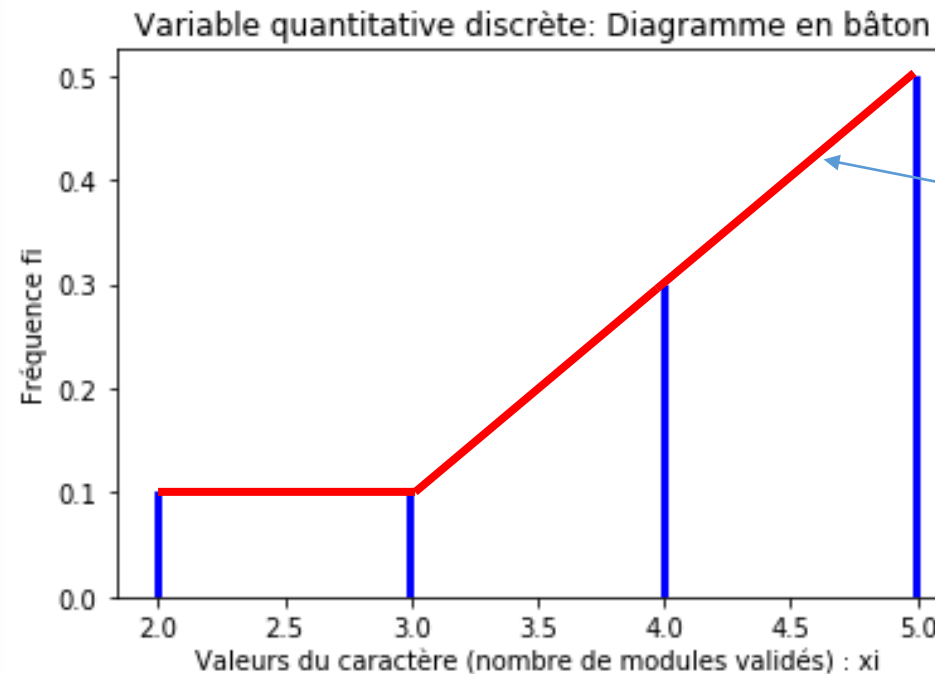


Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
discrète

Polygone de fréquences (ou d'effectifs)

- En joignant les sommets des bâtons par une ligne brisée, on obtient **le polygone de fréquences**



le polygone de fréquences

Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
discrète

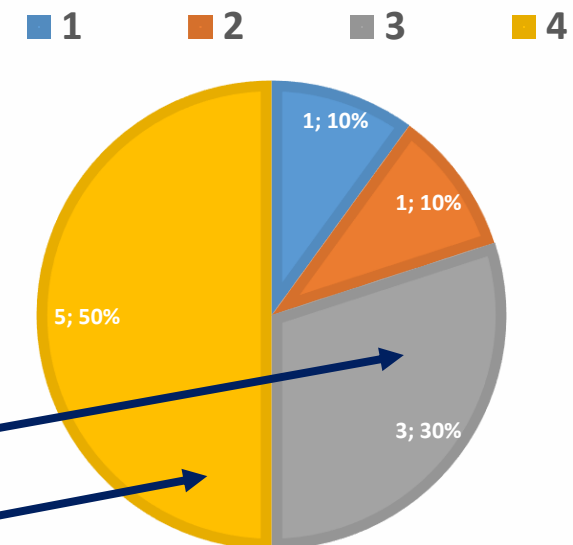
Diagramme à secteur (Camembert)

On appelle un diagramme à secteur un graphique qui divise un disque en secteurs angulaires dont les aires sont **proportionnels** au effectifs de chaque modalité.

Pour une modalité X_i d'effectif n_i , l'angle α_i correspondante est: $\alpha_i = f_i \times 360$

Valeurs du caractère (nombre de modules validés) : X_i	Effectif n_i	Fréquence f_i
2	1	0,1
3	1	0,1
4	3	0,3
5	5	0,5
Total :	10	1

VARIABLE QUANTITATIVE DISCRÈTE:DIAGRAMME À SECTEUR



$$\alpha_3 = f_3 \times 360 = 0,3 \times 360 = 108^\circ$$

$$\alpha_4 = f_4 \times 360 = 0,5 \times 360 = 180^\circ$$

Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
discrète

Diagramme cumulatif : Fonction de répartition

Considérons une population statistique décrite selon un caractère quantitatif **discret** X dont les k -modalités sont $x_1, \dots, x_i, \dots, x_k$.

On dit que $F(\cdot)$ est la **fonction de répartition** associée à X , la fonction définie de \mathbb{R} vers $[0, 1]$ par:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < x_1, \\ F_i & \text{si } x_i \leq x < x_{i+1}, \quad (\text{avec } i = 1, \dots, k-1) \\ 1 & \text{si } x \geq x_k, \end{cases}$$

La représentation graphique de la fonction de répartition (ou **fréquence cumulée**) est dite **diagramme cumulatif**.



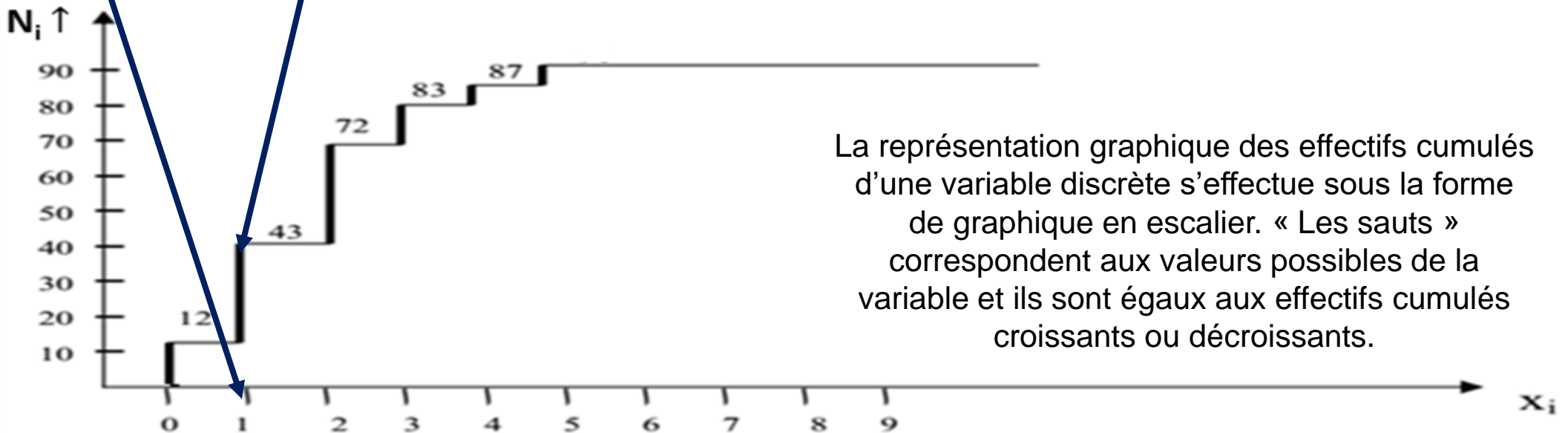
Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

courbe des effectifs cumulés croissants :

Variable quantitative
discrète

x_i	Effectif n_i	Effectif cumulé croissant N_i	Effectif cumulé décroissant N_i	Fréquence f_i	Fréquence en % $f_i \times 100$	Fréquence cumulée croissante F_i	Fréquence cumulée décroissante F_i
0	12	12	89	0,13	13,48	0,13	1,00
1	31	43	77	0,35	34,83	0,48	0,87
2	29	72	46	0,33	32,58	0,81	0,52
3	11	83	17	0,12	12,36	0,93	0,19
4	4	87	6	0,04	4,49	0,98	0,07
5	2	89	2	0,02	2,25	1,00	0,02
Total :	89			1,00	100,00		

Interprétation :
43 salariés (ou 48%) des salariés ont un enfant ou moins.



La représentation graphique des effectifs cumulés d'une variable discrète s'effectue sous la forme de graphique en escalier. « Les sauts » correspondent aux valeurs possibles de la variable et ils sont égaux aux effectifs cumulés croissants ou décroissants.

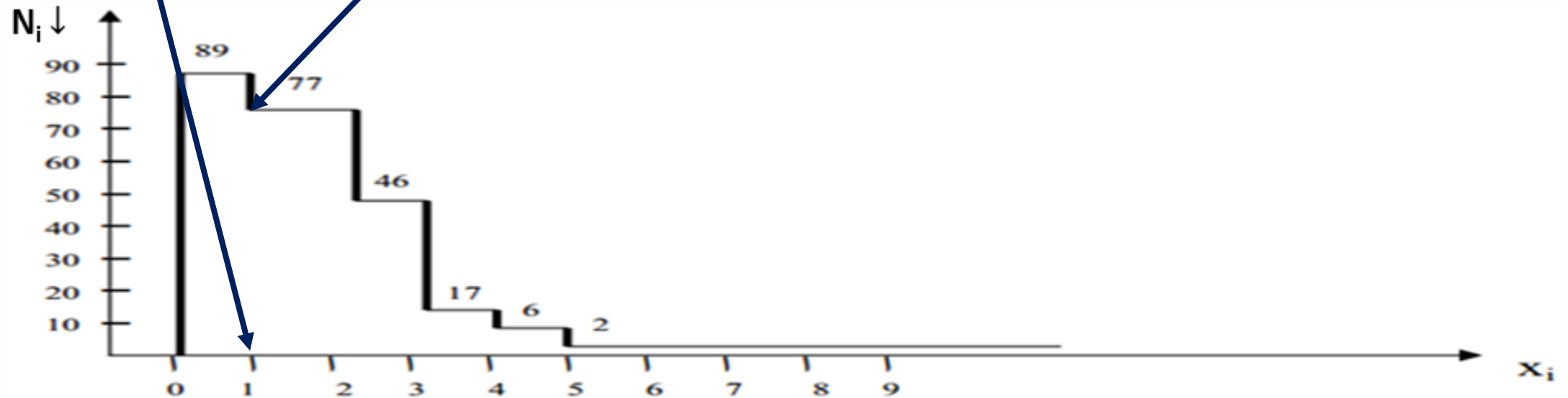
Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

courbe des effectifs cumulés décroissants :

Variable quantitative
discrète

x_i	Effectif n_i	Effectif cumulé croissant N_i	Effectif cumulé décroissant N_i	Fréquence f_i	Fréquence en % $f_i \times 100$	Fréquence cumulée croissante F_i	Fréquence cumulée décroissante F_i
0	12	12	89	0,13	13,48	0,13	1,00
1	31	43	77	0,35	34,83	0,48	0,87
2	29	72	46	0,33	32,58	0,81	0,52
3	11	83	17	0,12	12,36	0,93	0,19
4	4	87	6	0,04	4,49	0,98	0,07
5	2	89	2	0,02	2,25	1,00	0,02
Total :	89			1,00	100,00		

Interprétation :
77 salariés (ou 87 %) des salariés ont un enfant ou plus.



Applications

Application 2: A faire

x_i	Effectif n_i	Effectif cumulé croissant N_i	Effectif cumulé décroissant N_i	Fréquence f_i	Fréquence en % $f_i \times 100$	Fréquence cumulée croissante F_i	Fréquence cumulée décroissante F_i
0	12	12	89	0,13	13,48	0,13	1,00
1	31	43	77	0,35	34,83	0,48	0,87
2	29	72	46	0,33	32,58	0,81	0,52
3	11	83	17	0,12	12,36	0,93	0,19
4	4	87	6	0,04	4,49	0,98	0,07
5	2	89	2	0,02	2,25	1,00	0,02
Total :	89			1,00	100,00		

1. Tracer la courbe des fréquences cumulées croissantes
2. Tracer la courbe des fréquences cumulées décroissantes

Applications

Application 3: A faire

Pour déterminer le type de logement à construire, on a étudié 20 familles selon leur nombre d'enfants. Durant l'expérience, on a noté les résultats bruts suivants :

1,3,5,5,3,2,4,4,7,0,2,4,3,7,0,5,4,2,3,2

1. *Déterminer: la population, l'unité (individu), la variable statistique et les modalités.*
2. *Etablir le tableau statistique avec x_i , n_i , f_i , $N_i \uparrow$, $N_i \downarrow$, $F_i \uparrow$, $F_i \downarrow$*
3. *Donner toutes les représentations graphiques possibles de cette distribution.*



Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
continue

Variable quantitative continue:

- Elle peut prendre un nombre *infini* de valeurs dans son **intervalle** de définition
Exemples: taille, revenus, CA, poids, salaire, surface, âge, etc
- Les variables continues peuvent être regroupées en **classe**.
- **Classe**: Intervalle des valeurs possibles pour une variable quantitative continue

Exemple :

un individu qui pèse 76,5 Kg sera repéré dans une classe de poids de **[76-77]**



Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
continue

Classe:

Exemple: Une enquête réalisée auprès de **295** employés d'une entreprise Y sur le salaire mensuel en DH.

On peut choisir de regrouper les différentes valeurs (modalités) de la variable « salaire » en *classes*

Salaires	Effectifs
[6000 – 7000[10
[7000 – 9000[50
[9000 – 10 000[200
[10 000 – 13 000[20
[13 000 – 17 000[10
[17 000 – 30 000[5
Total	295



Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
continue

Classe:

- Lorsque les données sont regroupées en classe, il faut définir les **extrémités de la classe**:
 - ✓ Il faut préciser la « *borne inférieure* » et la « *borne supérieure* » de la classe
 - ✓ Il faut préciser sans ambiguïté si *les valeurs des extrémités* sont *incluses* ou *non* dans la classe.
 - ✓ Tous les éléments de la population étudiée (employés) doivent se retrouver dans **une** et **une seule classe**

Exemple :

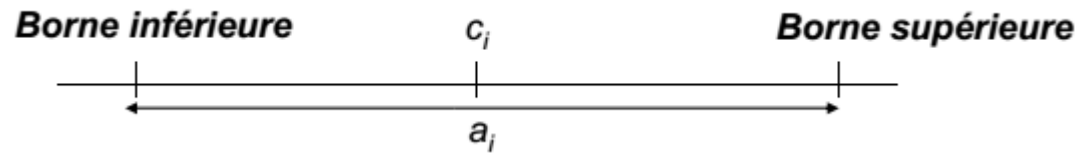
- **De 6000 à moins de 7000 DH: [6000 – 7000[**
Cette classe comprendra un employé dont le salaire = 6999 tandis qu'un salarié dont le revenu = 7000 s'en trouvera exclu
- **De 7000 à moins de 9000 DH: [7000 – 9000[**
- **De 9000 à moins de 12 000 DH: [9000 – 12 000[**
- Pour des raisons pratiques, on retient généralement comme extrémités de classes des valeurs entières arrondies
- Effectuer aisément des calculs sur les extrémités de classes comme pour le calcul de ***l'amplitude des classes*** et du ***centre des classes***



Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
continue

Amplitude:



- Chaque classe possède une certaine **amplitude**, qui est la **longueur de l'intervalle** définissant la classe.
- **L'amplitude de classe** = la différence entre la valeur de l'extrémité supérieure et la valeur de l'extrémité inférieure.
- L'amplitude a d'une classe i sera donnée par la formule suivante : $a_i = b_i^{sup} - b_i^{inf}$

Exemple:

- L'amplitude a_i de la classe $[6000 - 7000[$ est $a_i = 7000 - 6000 = 1000$



Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative continue

Amplitude:

Exemple:

- Nombre d'enfants par femme

Nombre d'enfants	Effectifs	Amplitudes a_i
[0 – 2 [4	2
[2 – 4 [10	2
[4 – 6 [6	2

← Les classes sont d'amplitudes égales

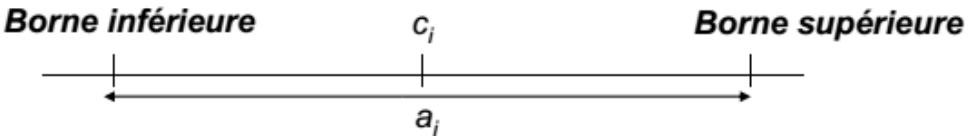
- Salaires des employés de l'entreprise « X » en DH

Salaires	Amplitudes a_i
[6000 – 7000[1000
[7000 – 9000[2000
[9000 – 12 000[3000

← Les classes sont d'amplitudes inégales

Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
continue

Le centre de classe : 

- *Le centre de la classe* = la moyenne des extrémités de la classe
- Le centre c d'une classe i sera donné par la formule suivante :

$$C_i = \frac{b_i^{inf} + b_i^{sup}}{2}$$

Exemple 1 : Cas où les amplitudes sont égales (Nombre d'enfants par femme)

Nombre d'enfants	Amplitudes	Centres c_i
[0 – 2 [2	1
[2 – 4 [2	3
[4 – 6 [2	5

Exemple 2 : Cas de classes d'amplitudes inégales (Salaires des employés de l'entreprise « X » en DH)

Salaires	Amplitudes	Centres c_i
[6000 – 7000[1000	6500
[7000 – 9000[2000	8000
[9000 – 12 000[3000	10 500



Applications

Variable quantitative
continue

Application 4:

Répartition des Salaires des employés de l'entreprise « Y » en DH

Salaires	Effectifs	Amplitudes	Centres c_i
[6000 – 7000[10		
[7000 – 9000[50		
[9000 – 10 000[200		
[10 000 – 13 000[20		
[13 000 – 17 000[10		
[17 000 – 30 000[5		
Total	295	-	-

Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
continue

la densité d'effectif/la densité de fréquence (h_i):

- Le rapport entre l'effectif d'une classe et son amplitude s'appelle la **densité d'effectif**.

$$h_i = \frac{n_i}{a_i}$$

- Le rapport entre la fréquence d'une classe et son amplitude s'appelle la **densité de la fréquence** (h_i).

$$h_i = \frac{f_i}{a_i}$$



Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
continue

la densité d'effectif/la densité de fréquence (h_i):

Exemple :

On donne la distribution suivante concernant les notes de 100 étudiants dans une matière donnée.

Notes	[0,6[[6,10[[10,14[[14,16[[16,20]
nombre des étudiants	10	30	45	10	5

- La variable quantitative étudiée est « la note obtenue par un étudiant dans une matière donnée »
- Pour une variable continue, les effectifs sont associés non à une valeur mais à un intervalle.

Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
continue

la densité d'effectif/la densité de fréquence (h_i):

Exemple :

Notes	[0,6[[6,10[[10,14[[14,16[[16,20]
nombre des étudiants	10	30	45	10	5

criptive

Notes	Nombre des étudiants (n_i)	Fréquence (f_i)	Fréquence (f_i) en %	Fréquence cumulée (F_i)	Fréquence cumulée (F_i) en %	Amplitude (a_i)	Densité de fréquence (h_i)
[0,6[10	0,1	10	0,1	10	6	0,016666667
[6,10[30	0,3	30	0,4	40	4	0,075
[10,14[45	0,45	45	0,85	85	4	0,1125
[14,16[10	0,1	10	0,95	95	2	0,05
[16,20]	5	0,05	5	1	100	4	0,0125

$$a_3 = 14 - 10 = 4$$

$$f_3 = \frac{n_3}{N} = \frac{45}{100} = 0,45$$

$$h_3 = \frac{f_3}{a_3} = \frac{0,45}{4} = 0,1125$$

Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
continue

Représentation graphique des séries statistiques

Pour les variables **quantitatives continues**, on utilise:

- ✓ L'histogramme de fréquence ou d'effectif
- ✓ Le polygone des effectifs (fréquences)
- ✓ La courbe des fréquences cumulées croissantes ou décroissantes

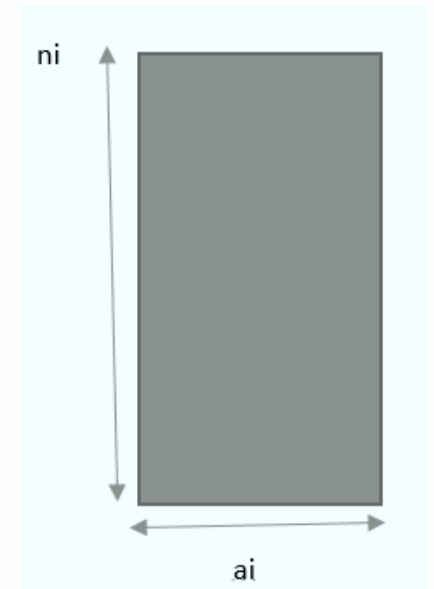


Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
continue

L'histogramme de fréquence ou d'effectif

- Pour chaque classe, on élève un rectangle ayant une base proportionnelle à l'intervalle de la classe (amplitude), et de hauteur proportionnelle à l'effectif.
- Dans ce cas, ce sont **les surfaces** et non les hauteurs qui sont proportionnelles à l'effectif.
- Dans la pratique deux cas peuvent se présenter :
 - ✓ Cas d'amplitude égale
 - ✓ Cas d'amplitude inégale



Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

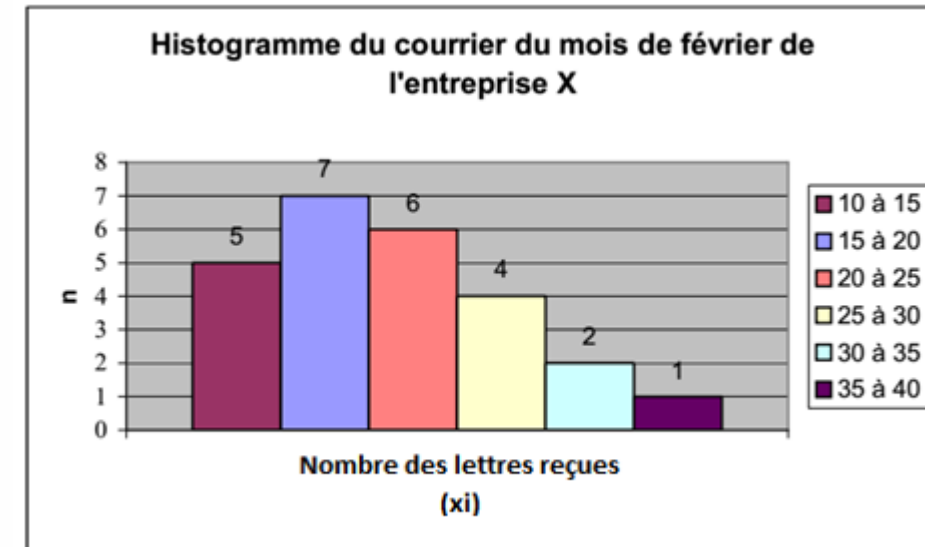
Variable quantitative
continue

L'histogramme de fréquence ou d'effectif

Exemple: Cas d'amplitude égale

Distribution du courrier du mois de février d'une entreprise en fonction du nombre des lettres reçues.

Nombre des lettres reçues (xi)	Fréquences absolues (ni)	Amplitudes
10 à 15	5	5
15 à 20	7	5
20 à 25	6	5
25 à 30	4	5
30 à 35	2	5
35 à 40	1	5



Rq:

- Pour x_5 la surface du rectangle associé est : $s_5 = 5 \times 2 = 10$
- Pour x_4 la surface du rectangle associé est : $s_4 = 5 \times 4 = 20$

Si $n_4 = 2 \times n_5$ alors $s_4 = 2 \times s_5$

Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
continue

L'histogramme de fréquence ou d'effectif

Exemple: Cas d'amplitude inégale :

Supposant que la distribution précédente, sur une période de deux mois, se présente de la façon suivante :

Nombre des lettres reçues (x_i)	Fréquences absolues (n_i)	Amplitude
10 à 15	3	5
15 à 20	9	5
20 à 25	12	5
25 à 35	18	10
35 à 40	6	5
40 à 45	3	5
	Total : 51	

- Pour x_5 la surface du rectangle associé est :
 $s_5 = 6 \times 5 = 30$
- Pour x_4 la surface du rectangle associé est
 $s_4 = 18 \times 10 = 180$
- Si $n_4 = 3 \times n_5$ alors **$s_4 = 3 \times s_5$**

$$180 \neq 30 \times 3$$



Effectif corrigé



Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
continue

L'histogramme de fréquence ou d'effectif

Effectif corrigé:

Dans ce cas, on respecte la proportionnalité des surfaces, il faut rectifier en conséquence les hauteurs.

$$n_i' = \frac{n_i}{a_i} \times a_0 = h_i \times a_0$$

Nombre des lettres reçues (xi)	Effectif (ni)	Amplitudes	Effectif corrigé (ni')
10 à 15	3	5	3
15 à 20	9	5	9
20 à 25	12	5	12
25 à 35	18	10	9
35 à 40	6	5	6
40 à 45	3	5	3

$$n_4' = \frac{n_4}{a_4} \times a_0 = \frac{18}{10} \times 5 = 9$$



Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
continue

L'histogramme de fréquence ou d'effectif

Effectif corrigé:

Nombre des lettres reçues (xi)	Effectif (ni)	Amplitudes	Effectif corrigé (ni')
10 à 15	3	5	3
15 à 20	9	5	9
20 à 25	12	5	12
25 à 35	18	10	9
35 à 40	6	5	6
40 à 45	3	5	3

En utilisant l'effectif corrigé ni' :

- Pour x_5 la surface du rectangle associé est :
 $s_5 = n_5' \times a_5 = 6 \times 5 = 30$
- Pour x_4 la surface du rectangle associé est
 $s_4 = n_4' \times a_4 = 9 \times 10 = 90$
- Si $n_4 = 3 \times n_5$ alors **$s_4 = 3 \times s_5$**

$$90 = 30 \times 3$$

Avec les effectifs corrigés, on respecte la proportionnalité des surfaces



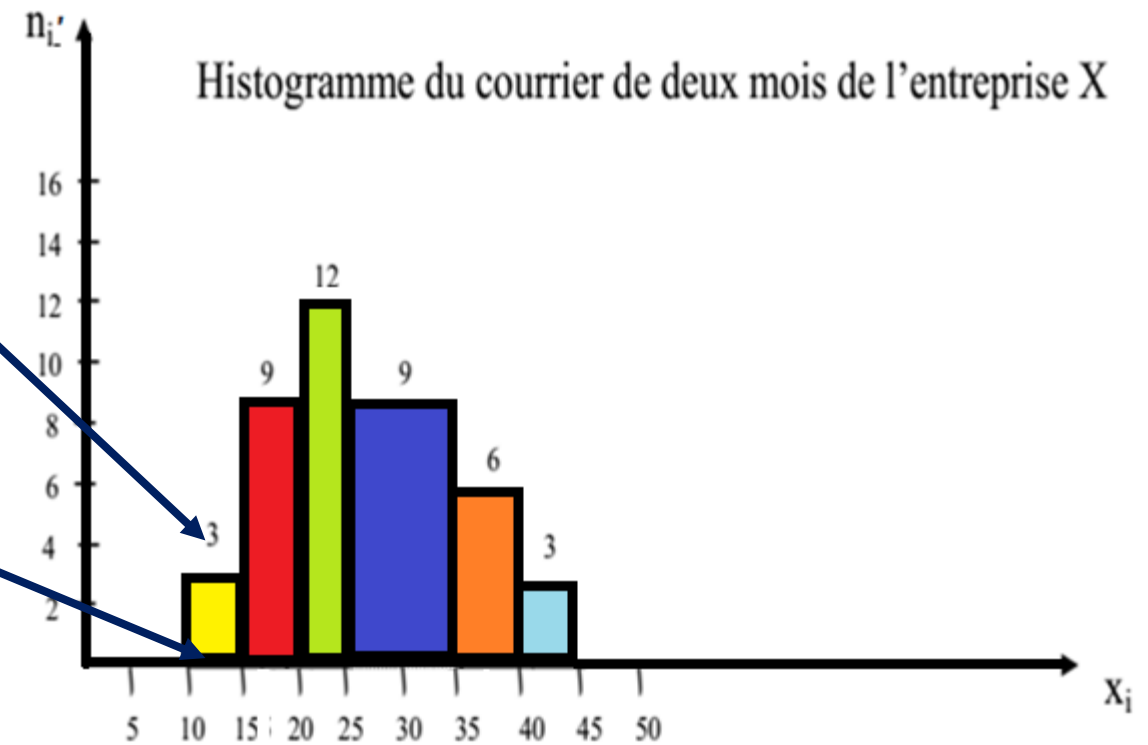
Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
continue

L'histogramme de fréquence ou d'effectif

Exemple: Cas d'amplitude inégale :

Nombre des lettres reçues (x_i)	Effectif (n_i)	Amplitudes	Effectif corrigé (n_i')
10 à 15	3	5	3
15 à 20	9	5	9
20 à 25	12	5	12
25 à 35	18	10	9
35 à 40	6	5	6
40 à 45	3	5	3

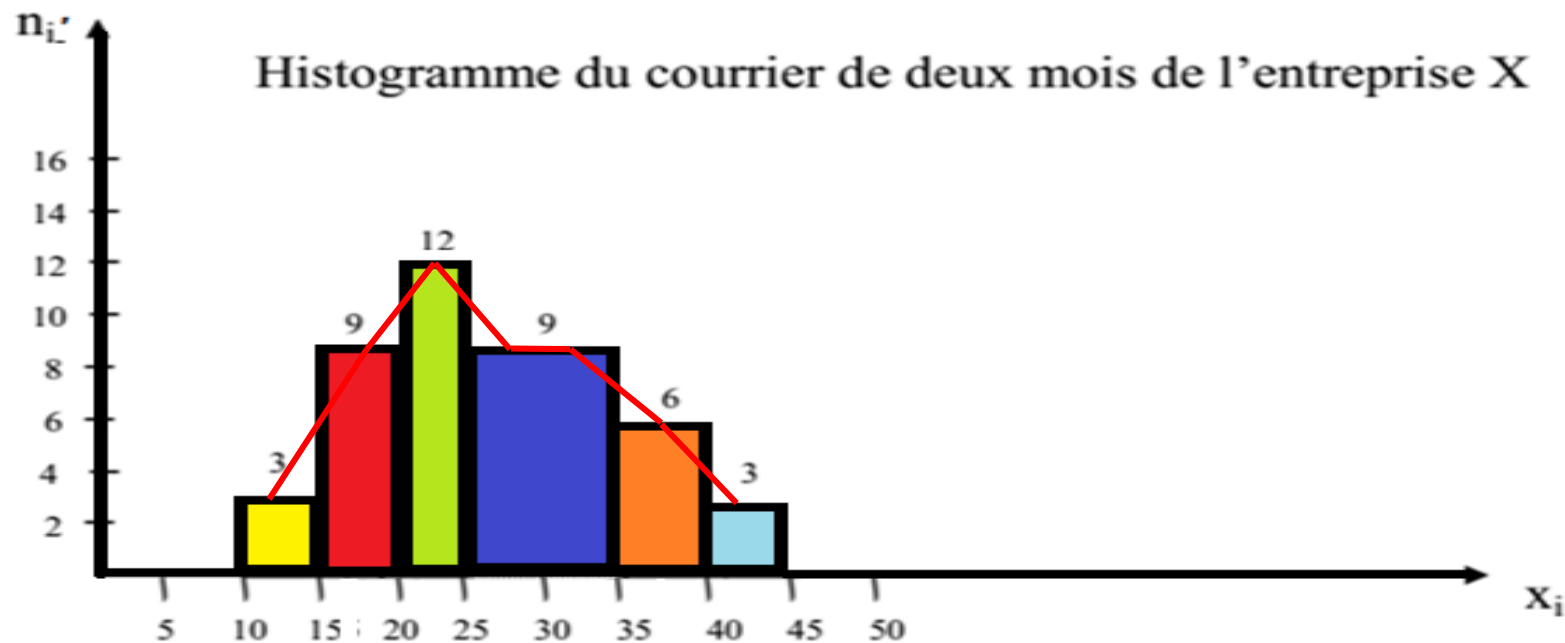


Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
continue

Le polygone des effectifs:

Le polygone des effectifs obtenues en joignant par des segments de droites au milieu des bases supérieures des rectangles permet de rendre compte de la continuité de la variable.



Applications

Application 5:

Le directeur des ressources humaines (DRH) d'une entreprise a relevé la distribution statistique de l'ancienneté des cadres de son entreprise, exprimée en années :

Classes	[6,5 ; 8[[8 ; 9,5[[9,5 ; 11[[11 ; 12,5[[12,5 ; 14[[14 ; 15,5[[15,5 ; 17[Total
Effectifs	3	8	12	19	9	5	4	60

- Représenter par un histogramme et par un polygone les effectifs de la série statistique

Applications

Application 6:

Le directeur des ressources humaines (DRH) d'une entreprise a relevé la distribution statistique de l'ancienneté des cadres de son entreprise, exprimée en années :

Classes	[6,5;9,5[[9,5;11[[11;12,5[[12,5;14[[14;17[
Effectifs	11	12	19	9	9

- Représenter par un histogramme et par un polygone les effectifs de la série statistique



Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
continue

La courbe des fréquences cumulées croissantes

- La courbe des fréquences cumulées croissantes se construit en portant les points correspondants à chaque classe à la **limite supérieure** de l'intervalle de classes.
- La présence de classes d'amplitude **inéga**le **n'entraîne aucune modification** en ce qui concerne la construction de cette courbe.
- On trace un repère dont les graduations sont choisies par rapport aux données de l'énoncé.
- On place le point $(x_1; 0)$. (x_1 est la valeur de la première modalité)
- Pour chaque classe $[x_i, x_{i+1}[$ ayant une fréquence cumulée croissante F_i , on place les points de coordonnées $(x_{i+1}; F_i)$
- On relie ces points.

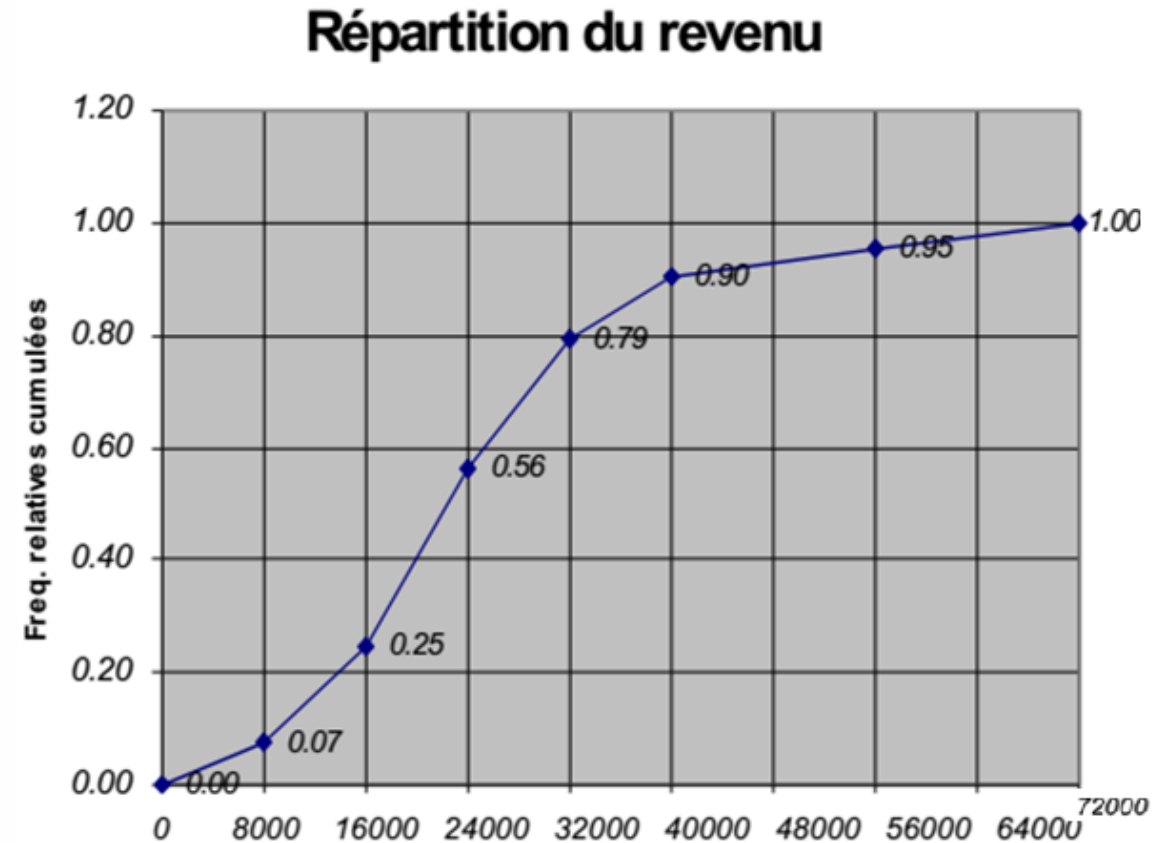
Revenus en \$	Nombre de personnes	Fréquence	Fréq cumulée croissante
[0 ; 8000[24	0.07	0.07
[8000 ; 16000[56	0.18	0.25
[16000 ; 24000 [102	0.31	0.56
[24000 ; 32000[74	0.24	0.79
[32000 ; 40000[36	0.11	0.90
[40000 ; 56000[16	0.05	0.95
[56000 ; 72000[15	0.05	1
Total	323	1	

Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

La courbe des fréquences cumulées croissantes

Variable quantitative continue

Revenus en \$	Nombre de personnes	Fréquence	Fréq cumulée croissante
[0 ; 8000[24	0.07	0.07
[8000 ; 16000[56	0.18	0.25
[16000 ; 24000 [102	0.31	0.56
[24000 ; 32000[74	0.24	0.79
[32000 ; 40000[36	0.11	0.90
[40000 ; 56000[16	0.05	0.95
[56000 ; 72000[15	0.05	1
Total	323	1	



Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable quantitative
continue

La courbe des fréquences cumulées décroissantes

- La courbe des fréquences cumulées décroissantes se construit en portant les points correspondants à chaque classe à la **limite inférieure** de l'intervalle de classes.
- On trace un repère dont les graduations sont choisies par rapport aux données de l'énoncé.
- Pour chaque classe $[x_i, x_{i+1}[$ ayant une fréquence cumulée décroissante F_i , on place les points de coordonnées $(x_i; F_i)$
- On place le point $(x_k; 0)$. (x_k est la valeur de la dernière modalité)
- On relie ces points

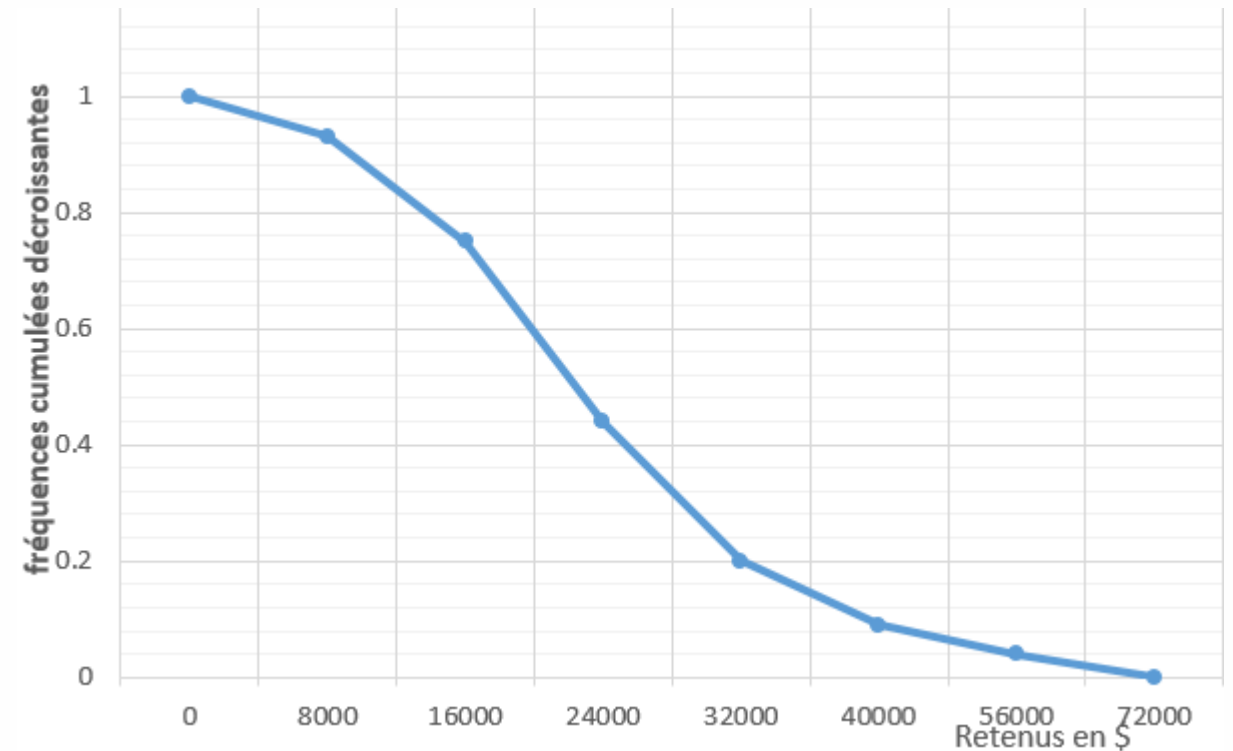
<i>Revenus en \$</i>	<i>Nombre de personnes</i>	<i>Fréquence</i>	<i>Fréq cumulée croissante</i>
[0 ; 8000[24	0.07	0.07
[8000 ; 16000[56	0.18	0.25
[16000 ; 24000 [102	0.31	0.56
[24000 ; 32000[74	0.24	0.79
[32000 ; 40000[36	0.11	0.90
[40000 ; 56000[16	0.05	0.95
[56000 ; 72000[15	0.05	1
Total	323	1	

Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

La courbe des fréquences cumulées décroissantes

Variable quantitative
continue

Revenus en \$	Nombre de personnes	Fréquence	Fréq cumulée décroissante
[0 ; 8000[24	0.07	1
[8000 ; 16000[56	0.18	0.93
[16000 ; 24000 [102	0.31	0.75
[24000 ; 32000[74	0.24	0.44
[32000 ; 40000[36	0.11	0.2
[40000 ; 56000[16	0.05	0.09
[56000 ; 72000[15	0.05	0.04
Total	323	1	



Applications

Variable quantitative
continue

Application 7:

Pour la série suivante, Tracer :

- l'histogramme des effectifs
- la courbe des **effectifs** cumulés croissants
- la courbe des **effectifs** cumulés décroissants

Classes	ni
[0;100[6
[100;200[6
[200;300[5
[300;500[10
[500;600[8
[600;700[5
[700;800[49
[800;900[21
[900;1000[30



Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable qualitative

Variable qualitative:

Rappel :

Une variable qualitative nominale a des valeurs distinctes qui ne peuvent pas être ordonnées. On note k le nombre de valeurs distinctes ou modalités. Les valeurs distinctes sont notées $x_1, \dots, x_j, \dots, x_k$.



Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable qualitative

Variable qualitative:

Exemple :

- Pour la variable 'état-civil' , on a les modalités suivantes :
- On a noté l'état-civil de 20 personnes dans la série statistique suivante :

C : célibataire,
M : marié(e),
V : veuf(ve),
D : divorcée.

<i>M</i>	<i>M</i>	<i>D</i>	<i>C</i>	<i>C</i>	<i>M</i>	<i>C</i>	<i>C</i>	<i>C</i>	<i>M</i>
<i>C</i>	<i>M</i>	<i>V</i>	<i>M</i>	<i>V</i>	<i>D</i>	<i>C</i>	<i>C</i>	<i>C</i>	<i>M</i>

x_i	n_i	f_i
<i>C</i>	9	0.45
<i>M</i>	7	0.35
<i>V</i>	2	0.10
<i>D</i>	2	0.10
$n = 20$		1

Donner toutes les représentations graphiques possibles de cette distribution



Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable qualitative

La représentation graphique

Les variables qualitatives peuvent être représentées graphiquement de différentes manières

- *Diagramme en bâtons*
- *Diagrammes en barres (ou en tuyaux d'orgue)*
- *Diagrammes circulaires (ou en camembert ou en secteurs)*



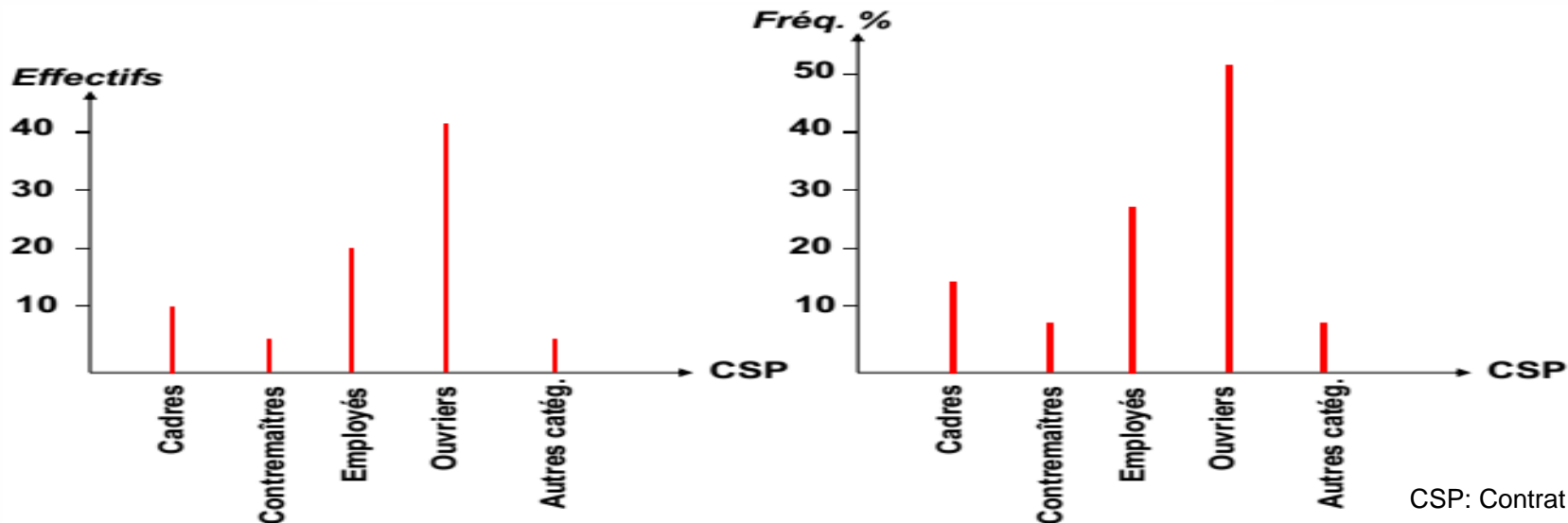
Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable qualitative

Diagramme en bâtons

Exemple: Répartition des salariés de l'entreprise X selon la CSP

CSP (x_i)	Effectifs (n_i)	Fréquences f_i %
Cadres supérieurs	10	12,5%
Contremaîtres	5	6,25%
Employés	20	25%
Ouvriers spécialisés	40	50%
Autres catégories	5	6,25%
Total	80	100%



CSP: Contrat de sécurisation professionnelle

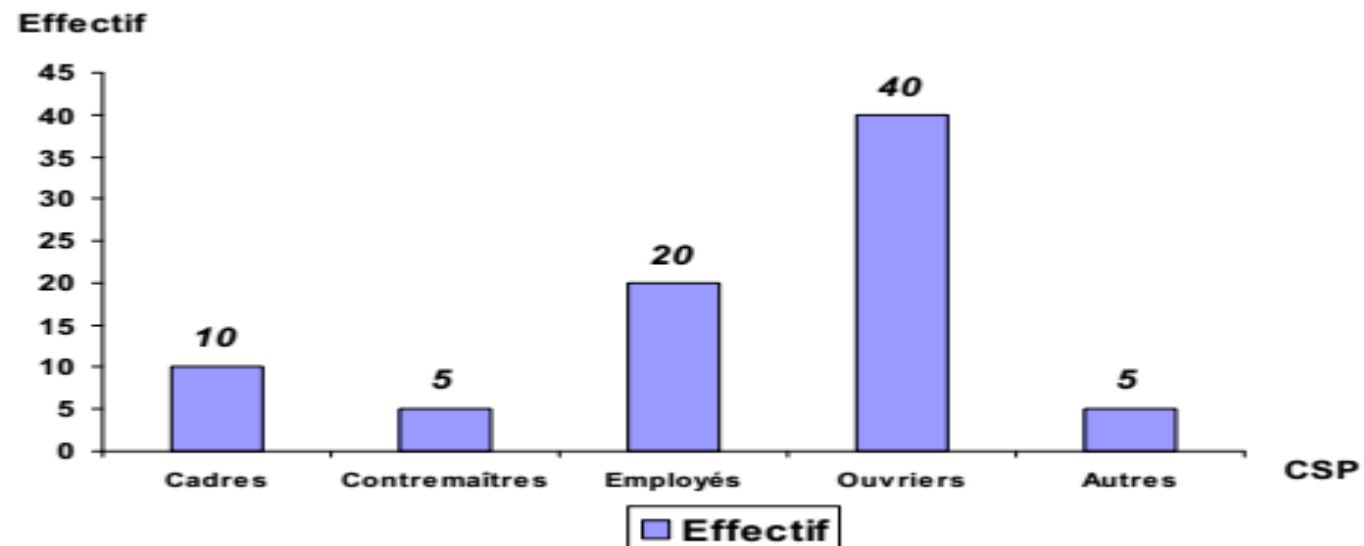
Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable qualitative

Diagramme en barres

Exemple: Répartition des salariés de l'entreprise X selon la CSP

CSP (x_i)	Effectifs (n_i)	Fréquences f_i %
Cadres supérieurs	10	12,5%
Contremaîtres	5	6,25%
Employés	20	25%
Ouvriers spécialisés	40	50%
Autres catégories	5	6,25%
Total	80	100%



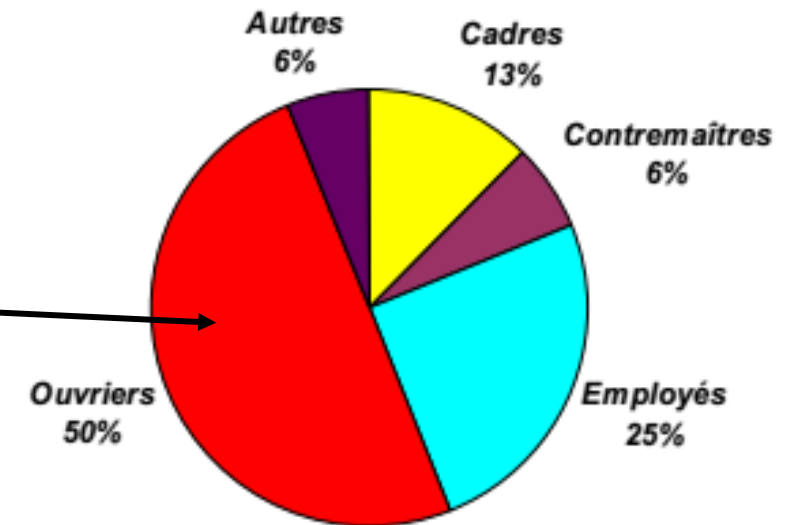
Chap 2: Les distributions, tableaux et graphiques statistiques.

Variable qualitative

Diagramme circulaire (camembert ou secteurs)

Exemple: Répartition des salariés de l'entreprise X selon la CSP

CSP (x_i)	n_i	f_i	Angle α_i (en d°)
Cadres	10	0,125	45
Contremaîtres	5	0,0625	22,5
Employés	20	0,25	90
Ouvriers	40	0,50	180
Autres	5	0,0625	22,5



$$\alpha_i = 360 \times f_i$$

■ Cadres ■ Contremaîtres ■ Employés ■ Ouvriers ■ Autres

Applications

Application 8: Extrait de l'EXAMEN DE FIN DE SEMESTRE (SR) 2022

Une enquête sur la satisfaction des clients d'un restaurant a donné le tableau suivant :

Satisfaction	Nombre des clients
Très insatisfait	3
insatisfait	6
Moyennement satisfait	X
Bien satisfait	37
Très bien satisfait	29
Excellent	22

En se basant sur la valeur de X (voir la page 4) : (exemple X= 180)

- 1) Donner le pourcentage des clients satisfaits
 - 2) Représenter la série statistique par un diagramme circulaire
- ✓ Le diagramme doit comporter les modalités
 - ✓ le pourcentage de chaque modalité



Applications

Application 9:

- *Le tableau suivant donne la répartition selon le groupe sanguin de 40 individus pris au hasard dans une population.*

<i>Groupes sanguins</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>AB</i>	<i>O</i>
<i>L'effectif</i>	<i>20</i>	<i>10</i>	<i>n_3</i>	<i>5</i>

1. *Déterminer la variable statistique et son type.*
2. *Déterminer l'effectif des personnes ayant un groupe sanguin AB.*
3. *Donner toutes les représentations graphiques possibles de cette distribution.*

