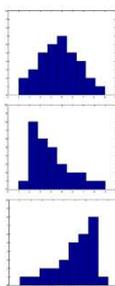


## SÉRIE N° 2 : LES CARACTÉRISTIQUES DE TENDANCE CENTRALE

### Moyenne – Mode – Médiane - Quantiles

#### Rappel :

	Quantitative	Ordinale	Nominale
Moyenne	OUI	NON	NON
Médiane	OUI	OUI	NON
Quantiles	OUI	OUI	NON
Mode	OUI	OUI	OUI



- Si la distribution est symétrique :  
**mode  $\approx$  moyenne  $\approx$  médiane**
- Si la distribution est disymétrique étalée à droite :  
**moyenne > médiane > mode**
- Si la distribution est disymétrique étalée à gauche :  
**moyenne < médiane < mode**

**Mode** : variable continue (données groupées)

$$M_o = b_{i-1} + a_i \left[ \frac{d_i - d_{i-1}}{(d_i - d_{i-1}) + (d_i - d_{i+1})} \right]$$

- ✓  $b_{i-1}$  = (borne inférieure de la classe modale)
- ✓  $a_i$  = (amplitude de la classe)
- ✓  $d_i$  = (effectif corrigé de la classe modale)
- ✓  $d_{i-1}$  = (effectif corrigé de la classe précédente)
- ✓  $d_{i+1}$  = (effectif corrigé de la classe suivante)

**Médiane** : variable continue (données groupées)

$$M_e = b_{i-1} + a_i \left( \frac{\frac{n}{2} - N_{i-1}^+}{n_i} \right)$$

$$M_e = b_{i-1} + a_i \left( \frac{\frac{1}{2} - F_{i-1}^+}{f_i} \right)$$

- ✓  $b_{i-1}$  = (borne inférieure de la classe médiane)
- ✓  $a_i$  = (amplitude de la classe)
- ✓  $N_{i-1}^+$  = (effectif cumulé croissant de la classe précédente)
- ✓  $n_i$  = (effectif de la classe médiane)

### EXERCICE 1:

Les notes obtenues par neuf étudiants sont les suivantes : 7 ; 8 ; 9 ; 9 ; 9 ; 9 ; 10 ; 11 ; 19

1. Calculez la moyenne arithmétique des notes.
2. Déterminez la médiane des notes.
3. Identifiez la note modale (ou les notes modales).
4. Comparez la moyenne, la médiane et le mode.
5. La distribution est-elle symétrique ou asymétrique ? Justifiez votre réponse.
6. Quelle note semble être une valeur aberrante dans cet ensemble de données ?
7. Retirez cette note et recalculez la moyenne. Comment change-t-elle ?
8. Quelle mesure (moyenne, médiane ou mode) est la plus représentative de la performance globale des étudiants ?
9. Supposons que le professeur décide d'ajouter 2 points à chaque note. Expliquez comment évolueront la moyenne, la médiane et le mode après cet ajustement.



### EXERCICE 2:

Dans une petite localité, on a relevé le nombre de pièces par appartement :

<i>Nombre de pièces</i>	1	2	3	4	5	6	7
<i>Nombre d'appartements</i>	48	72	96	64	39	25	3



Le « nombre de pièces par appartement » est à considérer comme une variable discrète à valeurs entières

1. Quel est le nombre moyen de pièces par appartement dans cette localité
2. Interprétez la moyenne obtenue : est-elle représentative du nombre de pièces typique ?
3. Déterminez la médiane du nombre de pièces par appartement.
4. Quel est le mode du nombre de pièces par appartement ?
5. Comparez les valeurs de la moyenne, de la médiane et du mode.
6. Que pouvez-vous en conclure sur la distribution du nombre de pièces ? La distribution est-elle symétrique, asymétrique à gauche ou à droite ?
7. Calculer la moyenne, le mode, la médiane, Si l'on ajoute un appartement de 15 pièces
8. Interpréter les résultats obtenus.

### EXERCICE 3:

Soit la distribution des salaires brutes suivante :

<i>Salaires</i>	Nombre de salariés
[2 000, 3 000[	10
[3 000, 5 000[	100
[5 000, 6 000[	60
[6 000, 8 000[	20
[8 000, 1 0 000[	10
<b>Total</b>	200



1. Déterminez le salaire modal et expliquez sa signification dans ce contexte.
2. Calculez le salaire moyen brut et interprétez la différence avec le mode
3. En utilisant la relation empirique **médiane**  $\approx$  **(mode + 2 × moyenne) / 3**, estimez le salaire médian.
4. Calculer le salaire médian et comparer avec le résultat obtenu à la question 3
5. Cette estimation est-elle toujours fiable ? Justifiez votre réponse

6. Sachant que chaque salarié paie un **impôt proportionnel de 30%** et un **impôt forfaitaire de 500 DH**, calculez le **salaires net moyen**.
7. Analysez la **différence relative** entre le salaire brut moyen et le salaire net moyen.

#### **EXERCICE 4:**

Un petit atelier est composé de **2** ouvriers anciens et **3** ouvriers plus jeunes.

- Les ouvriers anciens fabriquent chacun 20 pièces par jour.
  - Les ouvriers jeunes fabriquent chacun 14 pièces par jour.
1. Déterminez le nombre total de pièces produites par jour dans l'atelier.
  2. Calculez la vitesse de fabrication moyenne en pièces par ouvrier et par jour
  3. Si on ajoute un ouvrier jeune à l'atelier, quelle sera la nouvelle vitesse moyenne de production ?
  4. Et si on ajoute un ouvrier ancien sa la place ?
  5. L'atelier décide d'investir dans une formation qui permettrait aux ouvriers jeunes de passer de 14 à 18 pièces par jour.
  6. Quel sera l'impact sur la vitesse de production moyenne ?
  7. Vaut-il mieux embaucher un ouvrier supplémentaire ou former les ouvriers existants ? Expliquez.