

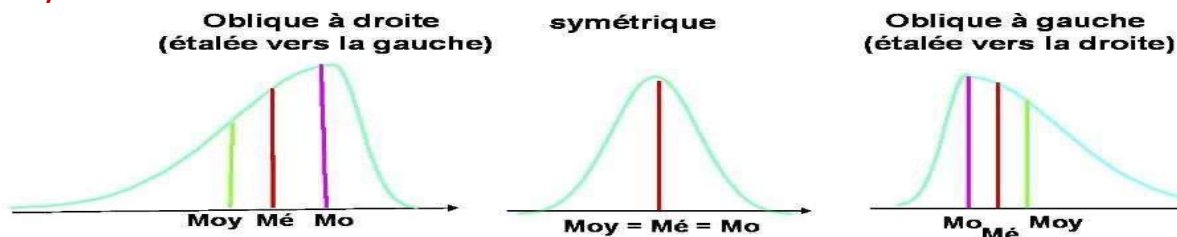
SÉRIE N° 4 : LES CARACTÉRISTIQUES DE FORME ET DE CONCENTRATION

L'asymétrie - L'aplatissement - L'indice de concentration

Rappel :

La forme d'une distribution peut être appréhendé par deux caractéristiques : l'asymétrie (Skewness) et l'aplatissement (Kurtosis)

L'asymétrie :



- Coefficient de Pearson :

- ✓ Si $CP = 0$, la distribution est dite symétrique
- ✓ Si $CP > 0$, la distribution présente une oblicité à gauche (étirée vers la droite)
- ✓ Si $CP < 0$, la distribution présente une oblicité à droite (étirée vers la gauche)

$$CP = \frac{\bar{x} - M_o}{\sigma} = \frac{3(\bar{x} - M_i)}{\sigma}$$

- Coefficient de Yule :

- ✓ Si $CY = 0$, la distribution est symétrique
- ✓ Si $CY > 0$, la distribution présente une oblicité à gauche (étirée vers la droite)
- ✓ Si $CY < 0$, la distribution présente une oblicité à droite (étirée vers la gauche)

$$CY = \frac{[(q_3 - q_2) - (q_2 - q_1)]}{(q_3 - q_1)}$$

$$C_Y = \frac{(D_9 - D_5) - (D_5 - D_1)}{(D_9 - D_1)}$$

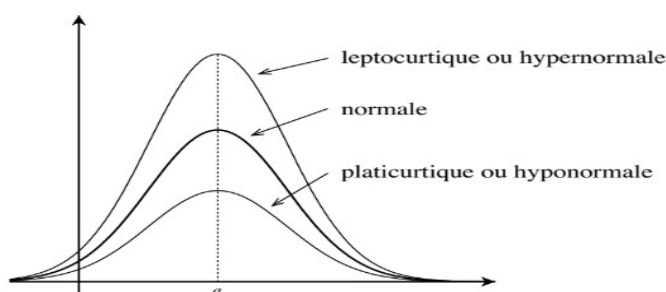
- Coefficient de Fischer :

- ✓ Si $CF = 0$, la distribution est symétrique
- ✓ Si $CF > 0$, la distribution présente une oblicité à gauche (étirée vers la droite)
- ✓ Si $CF < 0$, la distribution présente une oblicité à droite (étirée vers la gauche)

$$CF = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$$

$$\mu_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x})^r = \sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^r$$

L'aplatissement (Kurtosis)



L'aplatissement est mesuré par rapport à une distribution théorique dite (Gauss-Laplace ou **normale**).
L'aplatissement mesure la forme aiguë ou plate d'une distribution par rapport à la distribution normal

- **Coefficient de Pearson :**

- ✓ Si $CP = 3$, normale ou mésokurtique
- ✓ Si $CP > 3$, la distribution est leptokurtique (moins plate que la loi Normale)
- ✓ Si $CP < 3$, la distribution est platykurtique (plus plate que la loi Normale)

$$CP = \frac{\mu_4}{\sigma^4} = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}$$

- **Coefficient de Fischer :**

- ✓ Si $CF = 0$, normale ou mésokurtique
- ✓ Si $CF > 0$, la distribution est leptokurtique (moins plate que la loi Normale)
- ✓ Si $CF < 0$, la distribution est platykurtique (plus plate que la loi Normale)

$$CF = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3$$

L'indice de concentration :

La concentration permet d'examiner comment une quantité appelée **masse** est distribuée entre les individus d'une population

- ✓ Si $IC = 0$, alors la concentration est nulle
- ✓ Si $IC = 1$, alors la concentration est maximale.

$$IC = \frac{Ml - Mé}{e}$$

Rq :

- La médiane (Mé) est la caractéristique de tendance centrale de la distribution (xi, ni)
- la médiale (Ml) est la même caractéristique de tendance centrale de la distribution (xi, xi * ni)

EXERCICE 1 :

Une distribution fictive peut être résumée par les moments suivants :

$$m_1 = 12 ; \mu_2 = 9 ; \mu_3 = -5 ; \mu_4 = 8$$

1. Calculer le coefficient de variation
2. Interpréter le CV
3. Spécifier la forme de la distribution

EXERCICE 2 :

On vous donne les données de deux distributions :

- **Distribution A** : Moyenne = 50, Écart-type = 10, Asymétrie CY= 0, Aplatissement CP= 3
 - **Distribution B** : Moyenne = 50, Écart-type = 10, Asymétrie CY= 0.8, Aplatissement CP= 5
1. Quelle est la principale différence entre ces deux distributions ?
 2. Dans quelle distribution la probabilité d'observer des valeurs extrêmes est-elle plus forte ?

EXERCICE 3 :

Un magasin spécialisé dans la vente de matériels professionnels a vendu, au cours d'un mois, **100 articles distincts**, chacun ayant un **prix de vente unitaire différent** (exprimé en 10^3 MAD). Les résultats sont synthétisés dans le tableau ci-dessous, mais certaines données restent indéchiffrables.

Prix	Le nombre d'article (ni)
[0,4[	6
[4 ,8[	25
[8,12[	n3
[12,e4[	17
[e4,22[	14
[22,30[	11
[30,42[	3
Total	100

On admet qu'à l'intérieur d'une classe les prix des articles se répartissent de façon uniforme.

1. Calculer la valeur de n_3
2. Démontrer que $e_4=16$ sachant que le prix de vente moyen est 13 (10^3 Dh)
3. Calculer la **médiale**. Interpréter
4. Calculer l'indice de Concentration. Interpréter

EXERCICE 4:

Deux villes ont la même moyenne de revenu (\$2000), mais les dispersions sont différentes :

- **Ville A** : Revenus = (1500, 1800, 1900, 2100, 2200, 2500)
 - **Ville B** : Revenus = (500, 1200, 2000, 2800, 3500, 4000)
1. Calculez l'écart-type de chaque ville.
 2. Déterminez quel groupe est le plus inégalitaire en utilisant l'indice de Concentration.
 3. Expliquez l'impact de la dispersion sur la concentration des revenus.

EXERCICE 5:

On a trois distributions de salaire dans une entreprise :

- **Groupe A** : (1200, 1500, 1800, 2000, 2200, 2500, 2800)
 - **Groupe B** : (1000, 1200, 1500, 2000, 3000, 4000, 5000)
 - **Groupe C** : (2500, 2600, 2700, 2800, 2900, 2950, 3000)
1. Estimez l'asymétrie de chaque distribution en utilisant la moyenne, le mode et la médiane.
 2. En utilisant le **Coefficient de Pearson**, donnez l'asymétrie de chaque distribution
 3. En utilisant le **Coefficient de Pearson**, donnez l'aplatissement de chaque distribution