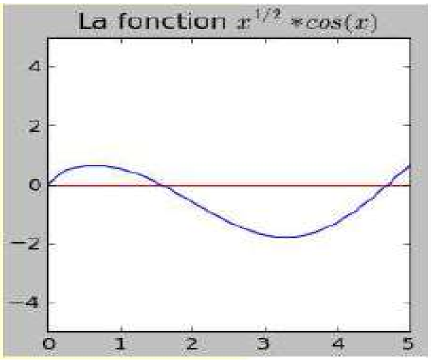
SÉRIE N° 24 : MODULE : MATPLOTLIB,SCIPY

Algorithmes de recherche d'un zéro d'une fonction

Un algorithme de recherche d'un zéro d'une fonction est une méthode numérique ou un algorithme de recherche d'une valeur approchée d'un x vérifiant f(x)=0, pour une fonction donnée d. Ici, x est un nombre réel appelé zéro de f ou lorsque f est polynomiale, racine de f.

EXERCICE 1 : Recherche d'un zéro d'une fonction monotone par dichotomie

Pour trouver un zéro d'une fonction *f* par dichotomie, dans un domaine [*a*,*b*], on procède récursivement en calculant *f*(*a*),*f*(*b*),*f*((*a*+*b*)/2). Si *f*(*a*)×*f*((*a*+*b*)/2) est négatif, un zéro se trouve dans le domaine [*a*,(*a*+*b*)/2]. Si *f*((*a*+*b*)/2)×*f*(*b*) est négatif, un zéro se trouve dans le domaine [(*a*+*b*)/2,*b*]. Sinon, le domaine est invalide pour trouver un zéro par dichotomie dans le domaine [*a*,*b*].



Ecrire une fonction récursive **ZeroDicho(f,a,b,eps)** qui prend en paramètre ; une fonction f, deux nombres a et b et une précision eps et qui trouvera un zéro d'une fonction *f* passée en argument dans un domaine [*a*,*b*] avec une précision *ε*.

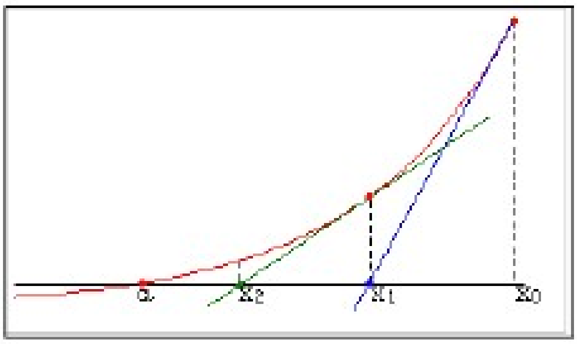
Exercice 2:

✍ Tester cette fonction pour le cas suivant et comparer le résultat avec la fonction de python (**scipy.optimize.bisect**).

- $f(x)=x^5+3x-7$, a=1, b=2 et eps=10^{-9}.

EXERCICE 3 : Recherche d'un zéro d'une fonction: Méthode de Newton

La méthode de Newton appelée également méthode de Newton-Raphson est un algorithme itératif permettant de calculer une racine d'une fonction dont on connaît la dérivée. Partant d'une valeur de départ x0, la méthode de Newton itère $\mathbf{x_{n+1}=x_n-f(x_n)/f'(x_n)}$.



Ecrire une fonction **newton(f, df, x0, n)** qui prend une fonction f, sa dérivée f', une valeur de départ x0 et un nombre maximum d'itérations n et qui retourne l'approximation de la racine au bout de n itérations.

Rq :

La méthode de Newton peut ne pas converger si la valeur initiale est trop loin d'un zéro. Cependant, si elle converge, elle est beaucoup plus rapide que la méthode de dichotomie (sa vitesse de convergence est quadratique). Elle peut aisément se généraliser à des problèmes en dimensions supérieures.

EXERCICE 4:

Soit la fonction $f(x)= x^4+x^3-23x^2+3x+90$

1. Avec la méthode de Newton de Python (**scipy.optimize.newton**). , Chercher la solution de l'équation f(x)=0 à partir de x0=0
2. Tracer la courbe de f(x) sur [-10; 0]
3. Tracer la solution de f(x)=0 sur le même graphe

EXERCICE 5: Tracer deux courbes superposées :

- **Caractéristique de la courbe 1 :**
  - ✓ la fonction : $f(x)= 4\cdot e^{-0.5}x\cdot \sin (2x)$
  - ✓ L'intervalle [-4;4] avec 1000 points.
  - ✓ couleur de la courbe : noir
  - ✓ style de la courbe : continu
- **Caractéristique de la courbe 2 :**
  - ✓ la fonction : $z(x)=4.e^{-0.3}x.\sin(3x)$
  - ✓ L'intervalle [-4;4] avec 1000 points.
  - ✓ couleur de la courbe : rouge
  - ✓ style de la courbe : pointillé
- titre de l'axe des x : ''L'axe des x''
- titre de l'axe des x : ''L'axe des y''
- titre de la courbe : ''courbe de deux fonctions f(x) et z(x)''
- Afficher la legend de la figure
- Afficher la le graphe